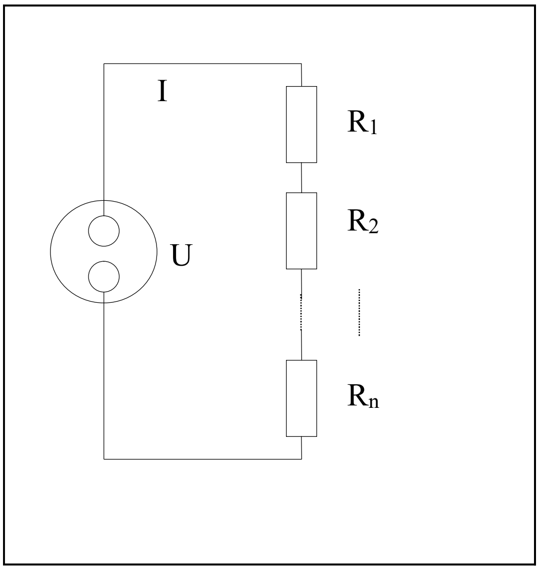
1 Berechnungen zur Elektrizität

1.1 Reihenschaltung von Widerständen



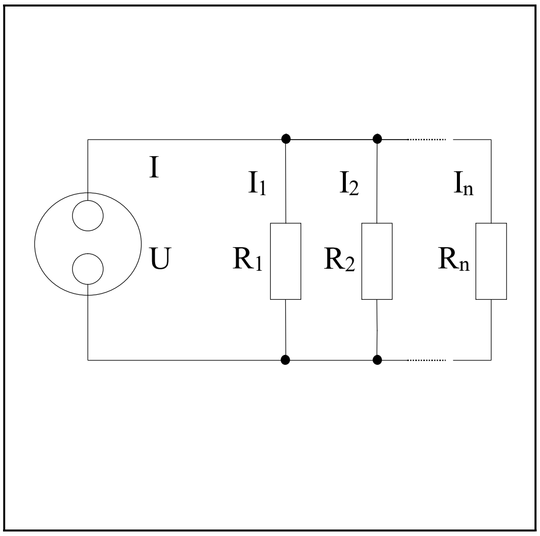
1. Der Strom I ist im Stromkreis konstant.
2. Die Teilspannungen U_1, U_2, ... U_n ergeben aufsummiert die Gesamtspannung U:
   $U = U_1 + U_2 + ... + U_n$
3. Nach dem Ohmschen Gesetz gilt

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 \cdot I \\ U_2 &= R_2 \cdot I \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \underline{U_n} &\underline{= R_n \cdot I} \\ U &= R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + \cdot\cdot + R_n \cdot I \\ \text{oder} \quad U &= I \cdot (R_1 + R_2 + \cdot\cdot + R_n) \end{aligned}$$

4. An der Spannungsquelle ist also ein Gesamtwiderstand von $R = R_1 + R_2 + \cdot\cdot + R_n$ zu bemerken.

1.2 Parallelschaltung von Widerständen

1. Die Spannung U an den Widerständen ist im Stromkreis konstant.
2. Die Teilströme I_1, I_2, ... I_n ergeben aufsummiert den Gesamtstrom I:
   $I = I_1 + I_2 + ... + I_n$
3. Nach dem Ohmschen Gesetz gilt



$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{R_1} \\ I_2 &= \frac{U}{R_2} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ I_n &= \frac{U}{R_n} \end{aligned}$$

$$\text{Summe} \quad I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \cdots + \frac{U}{R_n}$$

$$\text{oder} \quad I = U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \right)$$

4. An der Spannungsquelle liegt also ein Widerstand von $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$.

$\boxed{R = R_1 + R_2 + \cdot\cdot + R_n}$	$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}}$
Reihenschaltung	Parallelschaltung

2 Berechnungen am Transformator

2.1 Elektrische Arbeit

Die Arbeit W errechnet sich aus der Leistung P und der Zeit t, in welcher diese erbracht wird. Brennt eine Lampe mit 100 W eine Sekunde lang, wird die gleiche Arbeit gebraucht, als wenn man eine Lampe mit 50 W zwei Sekunden lang betreibt. Zur Berechnung multipliziert man die Größe der Leistung mit der Größe der Zeit, so daß sich die gleiche Arbeit ergibt.
Es gilt $W = P \cdot t$, die Einheit ist 1 Wattsekunde = 1Watt · 1 Sekunde.

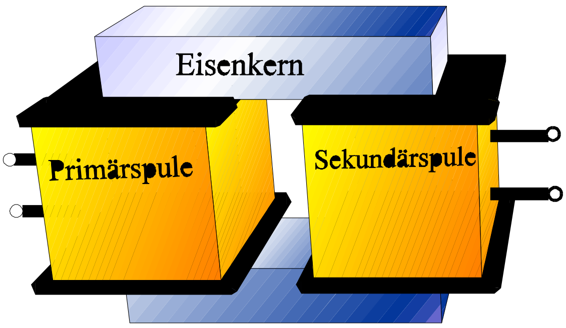
$\boxed{W = P \cdot t}$	$\boxed{1\ Ws = 1\ W \cdot 1\ s}$
Arbeit	Einheit der Arbeit

Gebräuchlich sind größere Einheiten, nämlich die Kilowattstunde 1 kWh (ein Verbraucher verbraucht eine Stunde lang eine Leistung von 1 000 W = 1 kW).
Die nebenstehende Tabelle zeigt die Umrechnungen.

Ws	*Wh*	*kWh*
1	$\frac{1}{3\,600}$	$\frac{1}{3\,600\,000}$
3 600	1	0,001
3 600 000	1000	1

Beispiel: Brennt eine 100 W Lampe 10 Stunden, so ist die Arbeit $W = 100 \cdot 10\ Wh = 1\ kWh$.
Wieviel kWh verbraucht ein Backofen mit einer Stromaufnahme von 5 A in zwei Stunden?
1. Leistung des Backofens: $P = 5 \cdot 230\ W = 1\,150\ W = 1{,}15\ kW$
2. Arbeit: $W = 2 \cdot 1{,}15\ kWh = 2{,}3\ kWh$

2.2 Aufbau von Transformatoren



Transformator

Aufbau: Zwei Spulen sitzen um einen gemeinsamen Kern. Die Eingangsspule heißt Primärspule, die Ausgangsspule, an der man die Spannung abnimmt, heißt Sekundärspule. Es gibt auch Transformatoren mit mehreren Sekundärspulen, an denen man verschiedene Spannungen abnehmen kann.

Merke: Ein Transformator arbeitet nur mit Wechselspannung

2.3 Größenbeziehungen am Transformator

	Strom	Spannung	Windungszahl
Primärspule	I_1	U_1	n_1
Sekundärspule	I_2	U_2	n_2

Der Transformator nimmt soviel Strom auf, daß die Eingangsleistung P_1 gleich der Ausgangsleistung P_2 ist.

Es ist $\boxed{\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}}$, damit gilt für die Leistung $\boxed{P_1 = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 = P_2}$.

3 Berechnungen zur Induktivität

3.1 Definition der Eigeninduktivität einer Spule

Die Eigeninduktivität L einer Spule gibt das Vermögen an, der Stromänderung eine Gegenspannung, die **Induktionsspannung,** entgegenzusetzen. Diese Induktionsspannung ist stets so groß, dass der erforderliche Gegenstrom zustande kommt. Ist beispielsweise bei einem Ausschaltvorgang der äußere Widerstand zwischen den Spulenenden sehr hoch, so entsteht eine sehr große Spannung (z. B.: Weidezaun). Beim Anlegen einer externen Spannungsquelle wird die Spule zunächst eine Gegenspannung erzeugen, deren Größe genau der der Spannungsquelle entspricht. Die Einheit von L ist 1H (*sprich 1 Henry)*. Es gilt dabei mit der Induktionsspannung U_{ind}

$\boxed{U_{ind} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}}$. Damit ist $\boxed{L = -U_{ind} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta I}}$.

Dabei ist $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ die Stromänderung in $\frac{A}{s}$. Ändert sich also der Strom in 1Sekunde um 1A und beträgt die daraus resultierende Induktionsspannung U_{ind} genau –1V (minus, weil es eine Gegenspannung ist), so ist die Induktivität L genau 1H.

3.2 Beispiel

Eine Spule mit L = 0,25 H und einem ohmschen Widerstand von 6 Ω wird an eine Spannungsquelle von U = 12 V angeschlossen. Um wie viel A wächst der Strom I in der ersten hundertstel Sekunde?
Dabei ist folgendes zu beachten.

- Der erforderliche Stromanstieg kann aus einfache Weise nur für die Anfangszeit berechnet werden, da die Gegenspannung mit ansteigendem Strom sinken muss.
- Diese Anfangszeit ist sehr klein gegen die Anstiegszeit bis zum Endstrom zu wählen.
- Der Endstrom ergibt sich aus dem ohmschen Widerstand der Spulenwicklung.

Lösung:

1. Gegenspannung = U_{ind} = 12 V

Aus $U_{ind} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \frac{\Delta I}{\Delta t}$

folgt $\frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{U_{ind}}{L} = \frac{-12A}{0{,}25s} = -48\frac{A}{s}$.

2. Der Strom nach Δt = 0,01s ist damit

$$I = \frac{\Delta I}{\Delta t} \cdot \Delta t = -0{,}48A\ .$$

Der Vergleich mit dem Endstrom

$I = \frac{U}{R} = \frac{12}{6} A = 2A$ ergibt, dass

nach der Zeit Δt der Strom schon auf ein Viertel des Endstromes angewachsen ist.

3.3 Anwendung beim Schwingkreis

Mit Hilfe der Thompson-Formel $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$ lässt sich die Eigenfrequenz berechnen:

Beispiel: L = 0,2 mH ; C = 1 nF $\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{2 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 10^{-9}}} Hz \approx 356\,000\ Hz = 356\ kHz$