

Arbeitsblatt Radioaktivität 1

- 1) 235 g U235 enthalten $6,022 \cdot 10^{23}$ Atome mit je 235 Nukleonen (92 Protonen und der Rest Neutronen). Pro Nukleon erhalten wir im Schnitt 0,9 MeV an Energie bei der Spaltung.
- Woher stammt die Energie?
 - Wie groß ist die Energieausbeute in MeV des gesamten Atoms bei der Spaltung?
 - Wie groß ist die Energieausbeute für 1 Kg U-235? Vergleiche mit Kohle, dessen Brennwert beträgt 30 MJ pro Kg. *Umrechnung eV in J: $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$*
 - Ein Brennelement im Reaktor enthält 530 Kg Uran, der Anteil an U235 beträgt 4 %, der Rest besteht aus U-238. Wie hoch ist der Brennwert? Wieviel Kg Kohle entspricht das?
- 2) Bei einem Reaktorunfall wird unter anderem radioaktives Jod I-131 freigesetzt.
- Welche Strahlungsart ist zu erwarten? Begründe die Antwort und stelle die Zerfallsgleichung auf.
 - Wie viele Atome enthält 1 g I-131?
 - I-131 hat eine Halbwertszeit von ca. 8 Tagen (genau 8,02 d). Stelle den Verlauf der Menge von zunächst $M_0 = 16 \text{ mg}$ über die Zeit t in Tagen grafisch dar.
(y – Achse: 1 mg = 1cm, x – Achse: 2 d = 1cm)
 - Zeige, dass die Gleichung $N(t) = N_0 \cdot e^{\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t}$ (mit $\ln \frac{1}{2} = -\ln 2$) die Menge der Atome beim Zerfall von I-131 beschreibt. N_0 ist die Anzahl der Atome zu Beginn, setze es als Beispiel auf 1600. Berechne die Halbwertszeit $T_{1/2} = 8,02 \text{ d}$ in sec. Setze dann für t den Wert von $T_{1/2}$ ein und vergleiche das Ergebnis $N(t)$ mit N_0 . Man setzt $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, dann wird $N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$
 - Die Zerfallsrate in Bq (Bequerell, Zerfälle pro Sekunde) wird beschrieben durch die Gleichung $R(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Berechne die Rate R_0 für 1 g J-131. Setze dafür $t = 0$. Warum ist dann $R_0 = \lambda \cdot N_0$? Damit wird die Formel für die Zerfallsrate $R(t) = R_0 \cdot e^{-\lambda t}$.
 - Wieviel g I-131 verseuchen 1 000 000 m³ Wasser mit 100 Bq/l?

Arbeitsblatt Radioaktivität 1

1) 235 g U235 enthalten $6,022 \cdot 10^{23}$ Atome mit je 235 Nucleonen (92 Protonen und der Rest Neutronen). Pro Nucleon erhalten wir im Schnitt 0,9 MeV an Energie bei der Spaltung.

- Woher stammt die Energie? *Massendefizit der Spaltprodukte*
- Wie groß ist die Energieausbeute in MeV des gesamten Atoms bei der Spaltung? $W = 235 \cdot 0,9 \text{ MeV} = 211,5 \text{ MeV}$
- Wie groß ist die Energieausbeute für 1 kg U-235? Vergleiche mit Kohle, dessen Brennwert beträgt 30 MJ pro kg.
 Umrechnung eV in J: $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 $W = \frac{1000}{235} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \cdot 211,5 \text{ MeV} \cdot 10^6 \cdot 1,6$
 $= 5,4198 \cdot 10^{16} \text{ MeV} = 86,82$
- Ein Brennelement im Reaktor enthält 530 kg Uran, der Anteil an U235 beträgt 4%, der Rest besteht aus U-238. Wie hoch ist der Brennwert? Wieviel kg Kohle entspricht das?

c) $W = 5,4198 \cdot 10^{16} \text{ eV} = 8,68 \cdot 10^{13} \text{ J} = 86,8 \cdot 10^6 \text{ MJ}$ $1 : 3\,000\,000$

d) $W = 86,8 \cdot 10^6 \cdot 530 \cdot 0,04 = 1,875 \cdot 10^9 \text{ MJ}$ *Kohle*: $1,875 \cdot 10^9 : 30 = 62,5 \cdot 10^6 \text{ kg}$
 $= 62,5 \text{ t Kohle}$

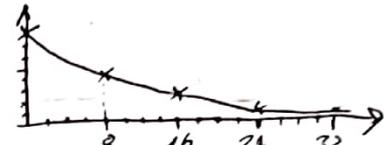
2) Bei einem Reaktorunfall wird unter anderem radioaktives J-131 freigesetzt.

a) Welche Strahlungsart ist zu erwarten? Begründe die Antwort und stelle die Zerfallsgleichung auf.

b) Wie viele Atome enthält 1 g J-131? $N = \frac{6,022 \cdot 10^{23}}{131} = 4,597 \cdot 10^{21}$

c) J-131 hat eine Halbwertszeit von ca. 8 Tagen (genau 8,02 d). Stelle den Verlauf der Menge von zunächst $M_0 = 16 \text{ mg}$ über die Zeit t in Tagen grafisch dar.

(y-Achse: 1 mg = 1cm, x-Achse: 2 d = 1cm)



d) Zeige, dass die Gleichung $N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$ die *Anzahl* ~~Menge~~ der Atome beim Zerfall von J-131 beschreibt. N_0 ist die Anzahl der Atome zu Beginn, setze es als Beispiel auf 1600. Berechne die Halbwertszeit $T_{1/2} = 8,02 \text{ d}$ in sec. Setze dann für t den Wert von $T_{1/2}$ ein und vergleiche

das Ergebnis $N(t)$ mit N_0 . Man setzt $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, dann wird $N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

e) Die Zerfallsrate in Bq (Bequerell, Zerfälle pro Sekunde) wird beschrieben durch die Gleichung $R(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Berechne die Rate R_0 für 1 g J-131. Setze dafür $t = 0$. Warum ist dann $R_0 = \lambda \cdot N_0$?

f) Wieviel g J-131 verseuchen 1 000 000 m³ Wasser mit 100 Bq? *pro l*

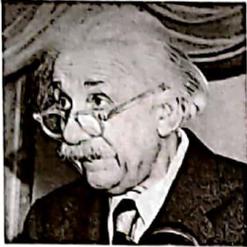
2d) $T_{1/2} = 8,02 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 692\,928 \text{ s}$ $N(t) = 1600 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{692928} \cdot 692928} = 800$

e) $\lambda = \frac{\ln 2}{692928} \approx 1 \cdot 10^{-6}$ $1 \text{ g J-131: } N_0 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 4,597 \cdot 10^{21} = 4,597 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$

f) $100 \text{ Bq} \hat{=} 2,175 \cdot 10^{-14} \text{ g}$ für 1 l $m = 2,175 \cdot 10^{-14} \cdot 10^6 \cdot 10^3 \text{ g} = 2,17 \cdot 10^{-5} \text{ g}$
 $= 0,0217 \text{ mg}$

Energie aus dem Atomkern

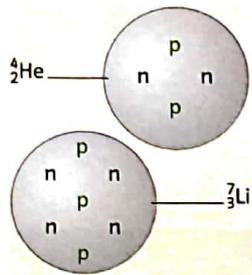
Es scheint so, als ob der Satz von der Erhaltung der Masse nicht mehr gilt. Auch die Erhaltung der Energie scheint verletzt zu sein.



Albert Einstein
(1879 – 1955)

Massendefekt und Bindungsenergie Aus der sehr genau bekannten Masse für ein Proton $m_p = 1,00727647 \text{ u}$ und für ein Neutron $m_n = 1,00866490 \text{ u}$ müsste sich die Masse aller Atomkerne errechnen lassen, zum Beispiel gilt für Helium und Uran:

Heliumkern ${}^4_2\text{He}$	Urankern ${}^{235}_{92}\text{U}$
$2 \cdot 1,00727647 \text{ u}$	$92 \cdot 1,00727647 \text{ u}$
$2 \cdot 1,00866490 \text{ u}$	$143 \cdot 1,00866490 \text{ u}$
$4,03188274 \text{ u}$	$236,90851594 \text{ u}$

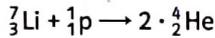


Experimentell findet man aber für $m_{\text{He}} = 4,0015064 \text{ u}$ bzw. $m_{\text{Li}} = 7,016003 \text{ u}$, also weniger als berechnet. Solche Abweichungen gibt es bei allen Kernen. Die Differenz heißt **Massendefekt Δm** .

● Die Masse eines Kern ist stets kleiner als die Summe der Massen seiner Nukleonen.

B1

1932 gelang eine Kernreaktion, die Lithiumkerne durch Beschuss mit Protonen in Heliumkerne umwandelt (\rightarrow B1):



Das Minuszeichen bei der Bindungsenergie besagt, dass die Energie beim Aufbau vom System Kern abgegeben wird.

Aus den Massen vor ($m_{\text{vor}} = 8,021635 \text{ u}$) und nach ($m_{\text{nach}} = 8,003013 \text{ u}$) der Kernumwandlung folgt ein Massendefekt $\Delta m = 0,018622 \text{ u}$. Zum Auslösen dieser Reaktion benötigt man Protonen mit der Energie $0,5 \text{ MeV}$. Die ent-

stehenden Heliumkerne haben dagegen eine Energie von je $8,9 \text{ MeV}$. Albert Einstein konnte mit folgender Aussage das Problem lösen:

● Masse m und Energie E sind äquivalente Größen, für die $E = m \cdot c^2$ mit c als Lichtgeschwindigkeit im Vakuum gilt.

Der Masse 1 u entspricht die Energie $1 \text{ u} \cdot c^2 = 1,492 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 931,5 \text{ MeV}$. Häufig wird statt der Masse die Energie des ruhenden Nukleons angegeben. Man spricht von **Ruhemasse** und **Ruheenergie**.

Die Differenz zwischen der Masse eines Kerns und der seiner Nukleonen muss beim Aufbau als Energie frei geworden sein bzw. es müsste Energie aufgewandt werden, um ein Nukleon vom Kern zu trennen.

● Dem Massendefekt Δm eines Kerns entspricht die Energie $E_B = -\Delta m \cdot c^2$.

Die Bindungsenergie E_B hängt von der Massenzahl A ab (\rightarrow B2). Der Quotient E_B/A heißt mittlere Bindungsenergie pro Nukleon.

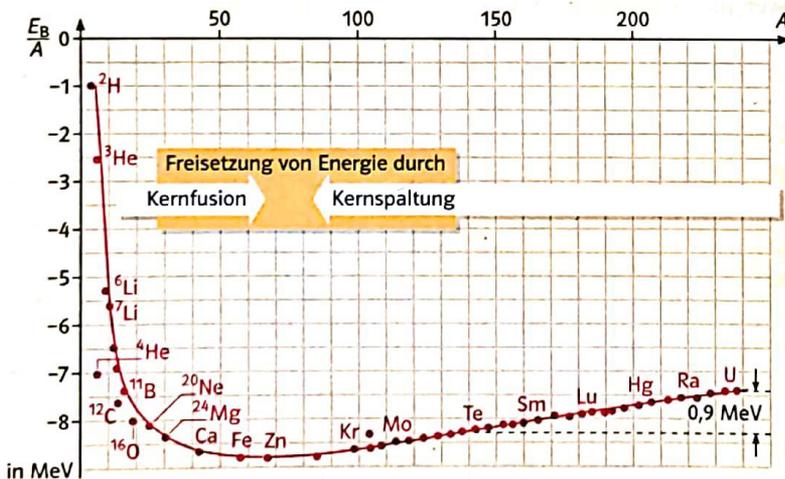
● Die Bindungsenergie pro Nukleon hat ein Minimum nahe der Massenzahl 60.

Grafik B2 zeigt, dass beim Aufbau eines ${}^{235}_{92}\text{U}$ -Kerns etwa $0,9 \text{ MeV}$ Energie pro Nukleon weniger frei wird als bei der Bildung eines Kerns mittlerer Masse. Bei der Spaltung eines Urankerns besteht damit ein Energieüberschuss von maximal $235 \cdot 0,9 \text{ MeV} = 211,5 \text{ MeV}$ pro gespaltenem Kern. Allgemein lässt sich aus der Kurve ablesen:

● Nimmt bei einer Kernreaktion die Bindungsenergie pro Nukleon ab, so wird Energie freigesetzt.

Dies geschieht bei Spaltung (Fission) großer Kerne oder bei der Verschmelzung (Fusion) kleiner Kerne.

■ A1 Berechnen Sie den Energiegewinn bei der angegebenen Umwandlung von Lithium in Helium.



B2 Mittlere Bindungsenergie pro Nukleon

Kernspaltung und Kettenreaktion Im Labor von Otto Hahn wurde Uran mit Neutronen beschossen, um Kerne mit größerer Massenzahl, sogenannte **Transurane** herzustellen. Am 19.12.1938 schrieb der Chemiker Hahn an seine nach Schweden emigrierte Mitarbeiterin, die Physikerin Lise Meitner: „Unsere Radiumisotope verhalten sich nicht wie Ra, sondern wie Ba. [...] Wir wissen selbst, daß es nicht in Ba zerplatzen kann.“ Zusammen mit ihrem Neffen Otto Robert Frisch deutete Lise Meitner die Beobachtungen von Hahn und Straßmann richtig als Kernspaltung:

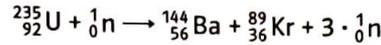
- Ein Kern des Uranisotops $^{235}_{92}\text{U}$ kann durch ein Neutron gespalten werden.

Meitner und Frisch führten ihre Überlegungen mit dem Tröpfchenmodell der Atomkerne aus. In der Zeitschrift „Nature“ heißt es 1939: „... dass sich die Teilchen in einem schweren Kern in einer Form kollektiver Bewegung befinden, die an die Bewegung eines Flüssigkeitstropfens erinnert. Wird diese Bewegung durch Hinzu-fügen weiterer Energie hinreichend heftig, so kann ein derartiger Tropfen zerplatzen.“

Das Bild B1 zeigt den Verlauf der potenziellen Energie der Spaltprodukte in Abhängigkeit von deren Abstand R . Zusätzlich wird der Spaltungsprozess schematisch dargestellt. Kerne mit mehr als 92 Protonen sind instabil, weil die abstoßenden Kräfte stets überwiegen.

Da ein Neutron nicht geladen ist, kann es bis zum Urankern gelangen. Wird es von ihm gebunden, wird Bindungsenergie frei. Der Kern beginnt zu schwingen. Ist die Schwingung stark genug, dann ist der Abstand der beiden „Hälften“ so groß, dass die Coulombkräfte überwiegen und der Kern auseinanderbricht. Die Spaltprodukte erhalten dabei wegen der Abstoßungskräfte kinetische Energie. Um den

Kern in den kritischen Schwingungszustand zu bringen muss ihm genügend Energie, die Aktivierungsenergie, zugeführt werden. Die Wahrscheinlichkeit für eine **Kernspaltung** ist für langsame Neutronen größer als für schnelle, weil Letztere den Kern, ohne eine Reaktion auszulösen, durchdringen können. Die Spaltung lässt sich wie folgt beschreiben:



Auch andere Spaltprodukte sind möglich. Die entstandenen Nuklide gehen meist durch β -Zerfälle in stabile Kerne über. Neben den Spaltprodukten entstehen 2 bis 3 Neutronen. Werden sie für neue Spaltungen verwendet, so wächst ihre Zahl mit jeder weiteren Spaltung exponentiell an.

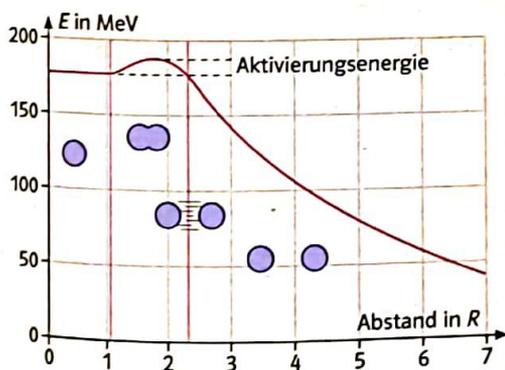
Da bei jeder Spaltung eines Urankernes eine Energie von etwa 200 MeV frei wird, kann es bei einem ungehemmten Anwachsen der Neutronenzahl in Bruchteilen einer Sekunde zur **unkontrollierten Kettenreaktion** wie in der Atombombe kommen. Dies ist aber nur möglich, wenn die Neutronen auch wieder auf spaltbare Kerne treffen. Dazu muss eine hinreichend große Masse reinen spaltbaren Materials vorliegen. Die kritische Masse beträgt für ^{235}U bei kugelförmiger Anordnung etwa 50 kg, eine Kugel von Handballgröße.

In den Reaktoren der Kernkraftwerke findet eine **kontrollierte Kettenreaktion** statt. Durch Moderatoren werden die Neutronen auf eine für die Spaltung optimale Geschwindigkeit abgebremst, und durch Regelstäbe werden so viele Neutronen absorbiert, dass nur noch genau ein Neutron für eine neue Spaltung zur Verfügung steht (\rightarrow B2).

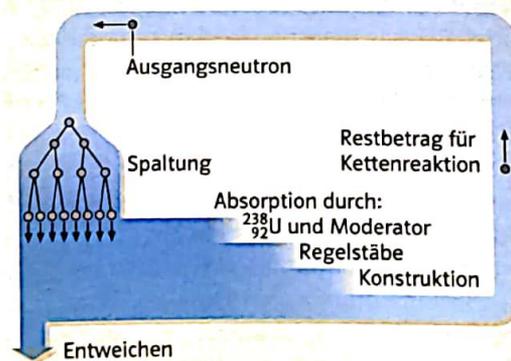
- **A1** Berechnen Sie mit Hilfe des Massen-defekts die frei werdende Bindungsenergie für die obige Zerfallsgleichung. Geben Sie das Ergebnis in MeV und Joule an.

Die Geschichte:

- 1911 Rutherford entdeckt den Atomkern
- 1928 Gamow erklärt α -Zerfall
- 1932 Chadwick entdeckt das Neutron
- 1934 Fermi findet ein Transuran
- 1937 Entdeckung weiterer Transurane
- 1938 Otto Hahn und Fritz Straßmann entdecken die Kernspaltung
- 1942 Enrico Fermi gelingt die erste kontrollierte Kettenreaktion. Erster Atomreaktor in Chicago
- 1945 Atombomben auf Hiroshima und Nagasaki
- 1951 Erste Anlage in USA zur Erzeugung elektrischer Energie mit Hilfe der Kernspaltung
- 1956 Erstes westeuropäisches Kernkraftwerk in Calder-Hall
- 1961 Erster deutscher Kernreaktor in Karlsruhe in Betrieb
- 1968 Jungfernfahrt des deutschen Forschungsschiffes „Otto Hahn“ mit Kernreaktor-Antrieb
- 1986 Bislang schwerster Reaktorunfall in Tschernobyl mit Verseuchung der Ukraine sowie weiter Teile von Nord- und Mitteleuropa



B1 Energiebarriere bei der Kernspaltung



B2 Neutronen der kontrollierten Spaltung