

Übungsaufgabe

Bestimme von $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 1$

- y-Wert für $x=2$ und $x=4$
- Symmetrieeigenschaft
- Extrem-, Wende- + Sattelpunkte
- Fortige eine Freihandskizze an
unter Verwendung der Ergebnisse aus a)-c)
- Wertetabelle zur genauen Zeichnung.
(keine Nullstellen bei $f(x)$)

c) Ableitungen:

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2$$

$$f''(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x$$

$$f'''(x) = 3x - 2$$

EP: notw. Bed $f'(x) = 0$

$$\frac{1}{2}x^3 - x^2 = 0 \quad x \text{ ausklammern}$$

$$x \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) = 0$$

$$x_1 = 0$$

Nr. 1
von der
Ableitung

$$\frac{1}{2}x^2 - x = 0 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x = 0 \quad | p = -2 \quad q = 0$$

$$x_{2/3} = 1 \pm \sqrt{1^2 - 0} = 1 \pm 1$$

$$x_2 = 2 \quad x_3 = 0$$

$x_{1/3}$ = doppelte Nullstelle

Prüfung auf HP | TP | SP

Einsetzen in $f''(x)$

$$x_{1/3}: f''(0) = \frac{3}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \text{SP}$$

$$x_2: f''(2) = \frac{3}{2} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 = 6 - 4 = 2 > 0 \Rightarrow \text{TP}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Nr. 2 von der
Ableitung

Nr. 3 der
Ableitung

y-Werte: Einsetzen in $f(x)$:

$$f(0) = \frac{1}{8} \cdot 0^4 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 + 1 = 1 \quad \text{SP}(0|1)$$

$$f(2) = \frac{1}{8} \cdot 2^4 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 + 1 = 0,33 \quad \text{T}(2|0,33)$$

4.
von der
Ableitung

Prüfung auf WP: notw. Bed $f''(x) = 0$

$$\frac{3}{2}x^2 - 2x = 0 \quad | : \frac{3}{2}$$

$$x^2 - \frac{4}{3}x = 0 \quad | p = -\frac{4}{3} \quad q = 0$$

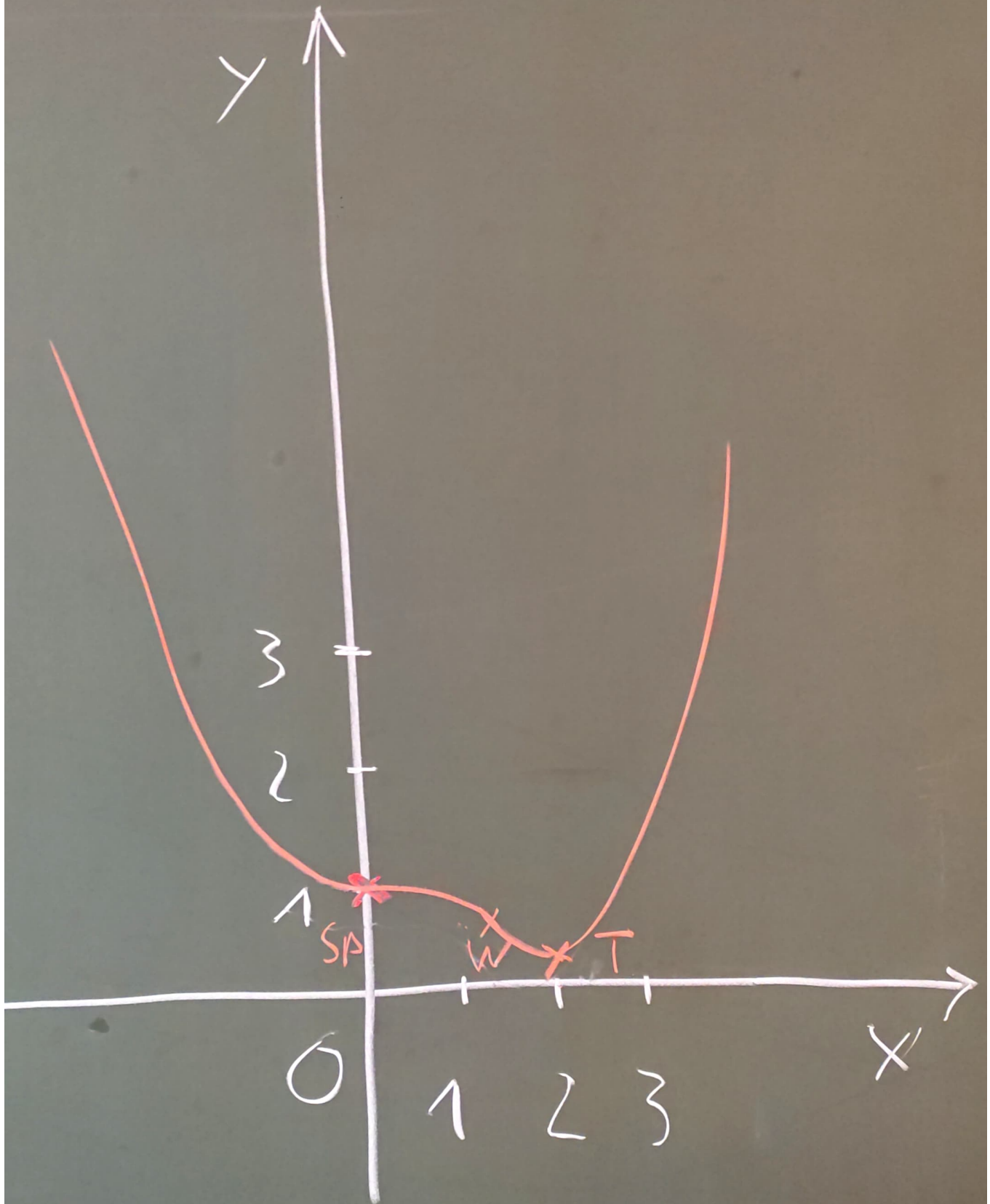
$$x_{1/2} = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 0} = \frac{2}{3} \pm \frac{2}{3} \quad x_1 = \frac{4}{3} \quad x_2 = 0$$

Prüfung von x_1 : $f''(\frac{4}{3}) = 3 \cdot \frac{4}{3} - 2 = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{WP}$ 36.

Einsetzen in $f(x)$: $f(\frac{4}{3}) = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 + 1 = 0,6 \quad \text{W}(\frac{4}{3}|0,6)$ 37.

5.

SP



Finde Hoch + Tiefpunkte, sowie
Wendepunkte und Sattelpunkt

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 9x^2$$

Ableitungen: $f'(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x$

$$f''(x) = 6x^2 - 24x + 18$$

$$f'''(x) = 12x - 24$$

EP/SP: notw. Bed. $f'(x) = 0$

$$2x^3 - 12x^2 + 18x = 0$$

$$x(2x^2 - 12x + 18) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad 2x^2 - 12x + 18 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \quad | p = -6 \quad q = 9$$

$$x_{2/3} = 3 \pm \sqrt{9-9} = 3$$

Prüfung HP/TP/SP: $x_1: f''(0) = 18 > 0 \Rightarrow TP$

$$f''(3) = 6 \cdot 3^2 - 24 \cdot 3 + 18 = 54 - 72 + 18 = 0 \Rightarrow SP$$

y-Werte: $f(0) = 0$ $f(3) = \frac{1}{2} \cdot 3^4 - 4 \cdot 3^3 + 9 \cdot 3^2 = 13,5$ T(0|0) S(3|13,5)

WP: notw. Bed. $f''(x) = 0$ $6x^2 - 24x + 18 = 0 \quad | :6$
 $x^2 - 4x + 3 = 0 \quad | p = -4 \quad q = 3$

$$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{4-3} = 2 \pm 1 \quad x_1 = 3 \quad x_2 = 1$$

Prüfung WP: $f'''(1) = 12 - 24 \neq 0$ y-Wert: $f(1) = \frac{1}{2} - 4 + 9 = 5,5$ W(1|5,5)