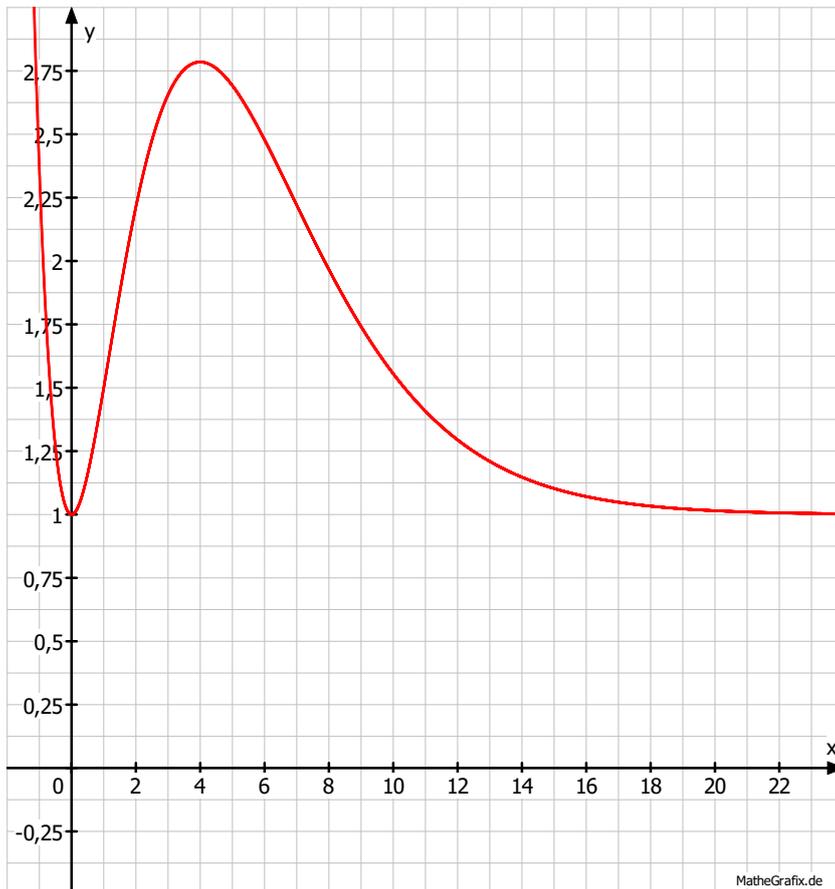


In einer Kleinstadt gründet sich ein Verein zur Unterstützung hilfsbedürftiger Menschen und macht zunächst große Werbung. Dabei ist die Zahl der Mitglieder annähernd beschrieben durch die Funktion $f(x) = 0,5 x^2 e^{-0,5x + 0,5} + 1$.

(x ist die Zeit in Wochen und $f(x)$ die Anzahl der Mitglieder in hundert). Die Abbildung zeigt den Graphen von $f(x)$.



- Wie viele Mitglieder hat der Verein zu Beginn und nach 3 Wochen? Wie viele bleiben langfristig im Verein?
- Berechnen Sie, nach **welcher** Zeit die Anzahl der Mitglieder ihren höchsten Wert erreicht. Wie groß ist dieser höchste Wert?
- Nach wie vielen Wochen nimmt die zunächst hohe Mitgliederzahl nicht mehr so stark wieder ab? Begründen Sie Ihre Antwort.

Zwischenergebnis: $f''(x) = (0,125x^2 - x + 1)e^{-0,5x + 0,5}$

Lösung

Ableitungen:

$$f(x) = 0,5x^2 e^{-0,5x+0,5} + 1$$

$$u = 0,5x^2 \quad v = e^{-0,5x+0,5}$$

$$u' = x \quad v' = -0,5 e^{-0,5x+0,5}$$

$$f'(x) = (0,5x^2 \cdot (-0,5) + x) e^{-0,5x+0,5} \\ = (-0,25x^2 + x) e^{-0,5x+0,5}$$

1a) Zu Beginn 100 und
 $f(3) = 2,655$
 nach 3 Wochen 266
 Mitglieder

2. Ableitung:

$$u = -0,25x^2 + x \quad v = e^{-0,5x+0,5}$$

$$u' = -0,5x + 1 \quad v' = -0,5 e^{-0,5x+0,5}$$

$$f''(x) = (-0,25x^2 + x) \cdot (-0,5) - 0,5x + 1) e^{-0,5x+0,5} \\ = (+0,125x^2 - 0,5x - 0,5x + 1) e^{-0,5x+0,5} \\ = (0,125x^2 - x + 1) e^{-0,5x+0,5}$$

b) EP: notw. Bed. $f'(x) = 0 \quad -0,25x^2 + x = 0 \quad \text{da } e^{-0,5x+0,5} > 0 \quad | : -0,25$

$$x^2 - 4x = 0 \quad (p = -4 \quad q = 0)$$

$$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{4} \quad x_1 = 4 \quad x_2 = 0$$

$f(4) = 2,785$ Nach 4 Wochen gab es 279 Mitglieder.

c) WP: notw. Bed. $f''(x) = 0$

$$0,125x^2 - x + 1 = 0 \quad \text{da } e^{-0,5x+0,5} > 0 \quad | \cdot 0,125$$

$$x^2 - 8x + 8 = 0 \quad x_1 = 6,828 \text{ Monatsanw.}$$

$$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-8} \quad x_2 = 1,172$$